**Diskret tasodifiy miqdor va uning taqsimot qonuni.**

Reja:

### *Tasodifiy miqdor tushunchasi*

### *Diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni*

### *Taqsimot funksiyasi va uning xossalari*

### *Zichlik funksiyasi va uning xossalari*

### *Tasodifiy miqdorning sonli xarakteristikalari*

Ehtimollar nazariyasining muhim tusunchalaridan biri tasodifiy miqdor tushunchasidir.

* Tajriba natijasida u yoki bu qiymatni qabul qilishi oldindan ma’lum bo‘lmagan miqdor *tasodifiy miqdor* deyiladi.

Tasodifiy miqdorlar lotin alifbosining bosh harflari *X*,*Y*,*Z*,…(yoki grek alifbosining kichik harflari ξ(ksi), η(eta), ζ(dzeta),…) bilan qabul qiladigan qiymatlari esa kichik harflar , bilan belgilanadi.

Tasodifiy miqdorlarga misollar keltiramiz: 1) *X*-tavakkaliga olingan mahsulotlar ichida sifatsizlari soni; 2) *Y*-*n* ta o‘q uzilganda nishonga tekkanlari soni; 3) *Z*-asbobning beto‘htov ishlash vaqti; 4) *U*-[0,1] kesmadan tavakkaliga tanlangan nuqtaning koordinatalari; 5) *V*-bir kunda tug‘iladigan chaqaloqlar soni va h.k..

* Agar tasodifiy miqdor(t.m.) chekli yoki sanoqli qiymatlar qabul qilsa, bunday t.m. *diskret tipdagi t.m.* deyiladi.
* Agar t.m. qabul qiladigan qiymatlari biror oraliqdan iborat bo‘lsa *uzluksiz tipdagi t.m.* deyiladi.

Demak, diskret t.m. bir-biridan farqli alohida qiymatlarni, uzluksiz t.m. esa biror oraliqdagi ihtiyoriy qiymatlarni qabul qilar ekan. Yuqoridagi *X* va *Y* t.m.lar diskret, *Z* esa uzluksiz t.m. bo‘ladi.

Endi t.m.ni qat’iy ta’rifini keltiramiz.

* Ω elementar hodisalar fazosida aniqlangan *X* sonli funksiya t.m. deyiladi, agar har bir *ω* elementar hodisaga *X*(*ω*) conni mos qo‘ysa, yani *X*=*X*(*ω*), *ω*∈Ω.

Masalan, tajriba tangani 2 marta tashlashdan iborat bo‘lsin. Elementar hodisalar fazosi  bo‘ladi. X-gerb chiqishlari soni bo‘lsin, u holda X t.m. qabul qiladigan qiymatlari: *X*(*ω1*)=2, *X*(*ω2*)=1, *X*(*ω3*)=1, *X*(*ω4*)=0.

Agar Ω chekli yoki sanoqli bo‘lsa, u holda Ω da aniqlangan ixtiyoriy funksiya t.m. bo‘ladi. Umuman, *X*(*ω*) funksiya shunday bo‘lishi kerakki: ∀*x*∈*R* da  hodisa S *σ-*algebrasiga tegishli bo‘lishi kerak.

### 2 Diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni

 *X*-diskret t.m. bo‘lsin. *X* t.m.  qiymatlarni mos  ehtimolliklar bilan qabul qilsin:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X |  |  | … |  | … |
| P |  |  | … |  | … |

jadval diskret t.m. taqsimot qonuni jadvali deyiladi. Diskret t.m. taqsimot qonunini  ko‘rinishda yozish ham qulay.

  hodisalar birgalikda bo‘lmaganligi uchun ular to‘la gruppani tashkil etadi va ularning ehtimolliklari yig‘indisi birga teng bo‘ladi, ya’ni .

* *X* t.m. *diskret t.m.* deyiladi, agar  chekli yoki sanoqli to‘plam bo‘lib,  va  tenglik o‘rinli bo‘lsa.
* *X* va *Y* diskret t.m.lar *bog‘liqsiz* deyiladi, agar  va  hodisalar  da bog‘liqsiz bo‘lsa, ya’ni ,

2.1-misol. 10 ta lotoreya biletida 2 tasi yutuqli bo‘lsa, tavakkaliga olingan 3 ta lotoreya biletlari ichida yutuqlilari soni X t.m.ning taqsimot qonunini toping.

X t.m.ni qabul qilishi mumkin bo‘lgan qiymatlari . Bu qiymatlarning mos ehtimolliklari esa





.

 X t.m. taqsimot qonunini jadval ko‘rinishida yozamiz:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 |
| P |  |  |  |

 

### 3 Taqsimot funksiyasi va uning xossalari

 Diskret va uzluksiz t.m.lar taqsimotlarini berishning universal usuli ularning taqsimot funksiyalarini berishdir. Taqsimot funksiya *F*(*x*) orqali belgilanadi.

* *F*(*x*) funksiya *X* t.m.ning *taqsimot funksiyasi* ∀*x*∈*R* son uchun quyidagicha aniqlanadi:

*.* (2.3.1)

 Taqsimot funksiyasi quyidagi xossalarga ega:

1. *F*(*x*) chegaralangan:

.

1. *F*(*x*) kamaymaydigan funksiya: agar *x1*<*x2* bo‘lsa, u holda .
2. .
3. *F*(*x*) funksiya chapdan uzluksiz:

.

Isboti: 1. Bu xossa (2.3.1) va ehtimollikning xossalaridan kelib chiqadi.

2.  hodisalarni kiritamiz. Agar *x1*<*x2*  bo‘lsa, u holda  va , ya’ni  yoki .

3.  va  ekanligi va ehtimollikning xossasiga ko‘ra



.

4.  hodisalarni kiritamiz. Bu yerda {*xn*} ketma-ketlik monoton o‘suvchi, . *An* hodisalar ketma-ketligi ham o‘suvchi bo‘lib, . U holda , ya’ni . ■

 Diskret t.m. taqsimot funksiyasi quyidagicha ifodalanadi:

. (2.3.2)

 2.2-misol. 2.1-misoldagi *X* t.m. taqsimot funksiyasini topamiz.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 |
| P |  |  |  |

1. Agar *x≤*0 bo‘lsa, ;
2. Agar 0<*x≤*1 bo‘lsa, ;
3. Agar 1<*x≤*2 bo‘lsa, ;
4. Agar *x>*2 bo‘lsa, .

Demak,



*F*(*x*) taqsimot funksiya grafigi 13-rasmda keltirilgan.



 13-rasm.

* *X* t.m. uzluksiz deyiladi, agar uning taqsimot funksiyasi ixtiyoriy nuqtada uzluksiz bo‘lsa.

Agar *F*(*x*) taqsimot funksiya uzluksiz t.m. taqsimot funksiyasi bo‘lsa, taqsimot funksiyaning 1-4 xossalaridan quyidagi natijalarni keltirish mimkin:

1. *X* t.m.ning [a,b) oraliqda yotuvchi qiymatni qabul qilish ehtimolligi taqsimot funksiyaning shu oraliqdagi orttirmasiga teng:

. (2.3.3)

1. *X* uzluksiz t.m.ning tayin bitta qiymatni qabul qilishi ehtimolligi nolga teng:



1-natijada [*a,b*], (*a,b*], (*a,b*) oraliqlar uchun ham (2.3.3) tenglik o‘rinli, ya’ni

.

Masalan, .

Isboti. 1. *a<b* bo‘lgani uchun .  va  hodisalar birgalikda bo‘lmagani uchun  . .

2. (2.3.3.) tenglikni [*a,x*) oraliqqa tatbiq etamiz: . *F*(*x*) funksiya *a* nuqtada uzluksiz bo‘lgani uchun  . ■

### 4 Zichlik funksiyasi va uning xossalari

 Uzluksiz t.m.ni asosiy xarakteristikasi zichlik funksiya hisoblanadi.

* Uzluksiz t.m. *zichlik funksiyasi* deb, shu t.m. taqsimot funksiyasidan olingan birinchi tartibli hosilaga aytiladi.

Uzluksiz t.m. zichlik funksiyasi *f*(*x*) orqali belgilanadi. Demak,

. (2.4.1)

Zichlik funksiyasi quyidagi xossalarga ega:

1. *f*(*x*) funksiya manfiy emas, ya’ni

.

1. *X* uzluksiz t.m.ning [*a,b*] oraliqqa tegishli qiymatni qabul qilishi ehtimolligi zichlik funksiyaning *a* dan *b* gacha olingan aniq integralga teng, ya’ni

.

1. Uzluksiz t.m. taqsimot funksiyasi zichlik funksiya orqali quyidagicha ifodalanadi:

. (2.4.2)

1. Zichlik funksiyasidan  dan  gacha olingan xosmas integral birga tengdir

.

Isbotlar: 1. *F*(*x*) kamaymaydigan funksiya bo‘lgani uchun , ya’ni .

2.  tenglikdan Nyuton-Leybnis formulasiga asosan:

.

Bu yerdan .

3. 2-xossadan foydalanamiz:

.

4. Agar 2-xossada  va  deb olsak, u holda muqarrar ga hodisaga ega bo‘lamiz, u holda

.

■

 2.3.-misol. *X* t.m. zichlik funksiyasi  tenglik bilan berilgan. O‘zgarmas *a* parametrni toping.

Zichlik funksiyaning 4-xossasiga ko‘ra , ya’ni . Demak, .

### 5 Tasodifiy miqdorning sonli xarakteristikalari

 *X* diskret t.m. taqsimot qonuni berilgan bo‘lsin: {}.

Matematik kutilma

* *X* t.m. *matematik kutilmasi* deb,  qator yig‘indisiga aytiladi va

 (2.5.1)

orqali belgilanadi.

 Matematik kutilmaning ma’nosi shuki, u t.m. o‘rta qiymatini ifodalaydi. Haqiqatan ham  ekanligini hisobga olsak, u holda

.

* Uzluksiz t.m. *matematik kutilmasi* deb

 (2.5.2)

integralga aytiladi. (2.5.2) integral absolut yaqinlashuvchi, ya’ni  bo‘lsa matematik kutilma chekli, aks holda matematik kutilma mavjud emas deyiladi.

 Matematik kutilmaning xossalari:

1. O‘zgarmas sonning matematik kutilmasi shu sonning o‘ziga teng, ya’ni

*MC*=*C.*

1. O‘zgarmas ko‘paytuvchini matematik kutilish belgisidan tashqariga chiqarish mumkin,

*M*(*CX*)=*CMX.*

1. Yig‘indining matematik kutilmasi matematik kutilmalar yig‘indisiga teng,

*M*(*X+Y*)=*MX+MY.*

1. Agar X⊥Y bo‘lsa,

*M*(*X*⋅*Y*)=*MX*⋅*MY.*

Isbotlar: 1. O‘zgarmas *C* sonni faqat 1 ta qiymatni bir ehtimollik bilan qabul qiluvchi t.m. sifatida qarash mumkin. Shuning uchun *MC*=*C*⋅*P*{*X*=*C*}=*C*⋅1=*C.*

2. *C*⋅*X* diskret t.m.  qiymatlarni  ehtimolliklar bilan qabul qilsin, u holda .

3. *X+Y* diskret t.m.  qiymatlarni  ehtimolliklar bilan qabul qiladi, u holda ixtiyoriy *n* va *m* lar uchun



Bu yerda  va  bo‘ladi. Chunki, ,

.

**Foydalanilgan adabiyotlar**

1. *Аbdushukurov А.А. Xi-kvadrat kriteriysi: nazariyasi va tatbiqi, O‘zMU, 2006.*
2. *Аbdushukurov А.А., Azlarov T.A., Djamirzayev A.A. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistikadan misol va masalalar to‘plami. Toshkent «Universitet», 2003.*
3. *Azlarov T.A., Abdushukurov A.A. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistikadan Inglizcha-ruscha-o‘zbekcha lug‘at. Toshkent: «Universitet», 2005.*
4. *Abdushukurov A.A. Ehtimollar nazariyasi. Ma’ruzalar matni. Toshkent: «Universitet», 2000.*
5. *Бочаров П. П., Печинкин А. В. Теория вероятностей. Математическая статистика. - 2-е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.*